# Аннотация

Методическая разработка «Метод областей при решении неравенств с параметрами» адресована учителям математики основной и старшей школы и демонстрирует практико-ориентированный способ формирования у учащихся умений решать задания с параметрами графическим методом на плоскости xOa. Цель урока — познакомить обучающихся с подходом «метод областей», показать его применимость к задачам ЕГЭ-профиль, развить аналитическое и критическое мышление, коммуникативные навыки и умения исследовательской деятельности.

Урок построен как урок «открытия нового знания» с элементами исследовательской работы: от проблемной ситуации и выявления затруднений в методе интервалов — к освоению алгоритма «метода областей» (построение граничных линий, разбиение плоскости на частичные области, определение знаков и «считывание» решения), закреплению на задачах и первичной рефлексии. Формы работы варьируются от фронтальной дискуссии до работы в парах/группах за компьютером. Используются ИКТ (Desmos) для интерактивной визуализации и быстрой проверки гипотез; предусмотрены листы рефлексии для осмысления индивидуального прогресса.

Новизна и практическая значимость разработки — в пошаговой интеграции графического подхода к параметрическим неравенствам в привычную траекторию подготовки к ЕГЭ и в явной связке с метапредметными результатами: постановка и решение исследовательских задач, аргументация выбора стратегий, визуальное моделирование. Разработка включает технологическую карту, примеры заданий, домашнюю работу и критерии ожидаемых результатов, что облегчает тиражирование и адаптацию под разные классы и уровни подготовки. Ключевые слова: параметр, метод областей, графический способ решения, ИКТ, Desmos, ЕГЭ, исследовательская деятельность.

**ПРОЕКТ УРОКА «Метод областей при решении неравенств с параметрами»**

|  |  |
| --- | --- |
| **Учитель** | Трещенкова Ирина Владимировна |
| **Тема урока** | **«Метод областей при решении неравенств с параметрами»** |
| **Цель урока:** | Познакомиться с подходом (методом областей) к решению задач с параметрами, изучить класс задач, для которых непосредственно применяется метод областей. |
| **Планируемые ОР** | Ученик по окончании изучения темы урока:  - Узнавать класс задач, решаемых методом областей  - Изображать множество решений задачи с параметром в виде точек в плоскости *xOa*  - Определять при помощи графика существует ли решение задачи при конкретном значении параметра  - Записывать ответ задачи, исходя из наглядного графического представления множеств решений. |
| **Программные требования** | |  |  |  | | --- | --- | --- | | Личностные результаты | Метапредметные | Предметные | | - развитие аналитического мышления  - развитие творческого мышления  - самостоятельность и ответственность  - уверенность в своих способностях | Регулятивные  - учебная мотивация  - состоятельность и инициатива  - критическое мышление  - рефлексия  Познавательные  - способность к анализу информации  - умения проводить исследования  - умение решать проблемы  Коммуникативные  - способность обсуждать математические концепции  - умение аргументировать и обосновывать свои решения | - понимание и применение параметра  - работа с алгебраическими выражениями  - решение уравнений и неравенств с параметром  - графическое представление  - применение математических моделей  - умение анализировать и сравнивать решения  - развитие логического мышления | |
| **Мировоззренческая идея** | Мировозренческая идея при изучении неравенств с параметрами заключается в том, что она помогает нам лучше понять и интерпретировать окружающий мир через математические модели и анализ. Это позволяет применять математические концепции к реальным ситуациям и принимать обоснованные решения в различных областях жизни |
| **Программное содержание** | Объявление темы урока  Постановка цели и задач  Ход урока |
| **План изучения нового материала** | 1. ***Организационный этап (1 мин.)***   - приветствие и подготовка к уроку   1. ***Мотивация учебной деятельности (6 мин.)***   - постановка проблемы  - выяснение темы уроки, его цели  - применение знаний и умений в новой ситуации, с целью подготовки к изучению новой темы   1. ***Изучение нового материала (8 мин.)***   - пояснение, что такое «метод областей» и почему он полезен при решении задач с параметром  - демонстрация примеров задач с параметром и их решения с использованием метода областей   1. ***Первичное осмысление и закрепление (8 мин.)***   - раздача обучающимся задач с параметром, которые они должны решить, используя метод областей  - активное участие обучающихся в решении задач в парах или группах   1. ***Обсуждение результатов (3 мин.)***   - обсудить различные подходы и решения, подчеркнуть важность гибкости и креативности в использовании метода областей  - подытожить урок, подчеркнуть основные идеи и навыки, разработанные на уроке   1. **Рефлексия (2 мин.)**   - анализ результатов своей деятельности   1. **Домашнее задание (2 мин.)** |
| **Основные понятия** | Параметр, метод областей, координатная плоскость, область на плоскости, графики функций, системы неравенств |
|  |  |
| **Тип урока** | Урок открытия нового знания |
| **Форма урока** | Исследовательский урок |
| **Технология** | Исследовательская деятельность обучающихся с применением ИКТ |
| **Мизансцена урока** | Интерактивная доска расположена в месте, видимом для всех учеников. Компьютеры размещены в доступных местах для учеников для свободного использования во время исследовательской деятельности. Предоставлен доступ к интернету для онлайн-исследования и обмена данными. Подготовлено программное обеспечение и приложение для визуализации данных и для анализов результатов. Предусмотрены удобные рабочие зоны как для самостоятельной работы, так и для работ в парах. Обеспечена безопасность контроль при работе с ИКТ. |
| **Оборудование урока** | Компьютерный класс, интерактивная доска, программы Desmos |
| **Домашнее задание** | Задание из ЕГЭ №18 |

**Технологическая карта урока**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Деятельность учителя** | **Деятельность уч-ся** | **ПОР** |
| ***Организационный этап (1 мин.)*** | | |
| Приветствует класс, настраивает на урок  Добрый день, ребята! При подготовке к нашему уроку, мне пришла мысль, которой я хочу с вами поделиться «Математика – это искусство превратить проблему в решение через умение работать с параметрами»  В нем находится подсказка, о чем мы будем говорить на уроке. | Приветствуют учителя, проверяют свою готовность к уроку.  Слушают учителя, настраиваются на урок | *Регулятивные*:  Саморегуляция  Самоконтроль |
| ***Мотивация учебной деятельности (6 мин.)*** | | |
| Предлагает решить неравенство ≤ 0    Предлагаю, вам решить неравенство.  Ребята, какой способ решения дробно-рациональных неравенств мы знаем?  *(Метод интервалов)*  Какие затруднения у вас возникли?  *(Неясно как расположить точки на числовой прямой)*  С чем связано данное затруднение?  *(Расположение точек на числовой оси, изменяется в зависимости от значений – а)*  Предлагаю вам решить следующее неравенство  Каким образом мы можем решить данное неравенство?  *(Построим график, функции y.*  *Определим знаки в областях, выше прямой и ниже прямой. Для этого выберем точку в каждой области и подставим в неравенство На координатной плоскости будет выделена область, удовлетворяющая решению неравенства)*  Обратите внимание на представленные мною примеры, тема нашего урока связывает их, метод решение второго неравенства позволит нам преодолеть затруднения, возникшие в первом. | Записывают неравенство, слушают учителя и отвечают на вопросы  Решают неравенство методом интервалов, сталкиваются с затруднением расположения точек на числовой прямой  Тетрадях выражают переменную *y*, через *х*. Пересаживаются за компьютер, в программе Desmos, строят график. Определяют знаки в областях, находят решение. | *Познавательные:*  -способность к анализу информации  Регулятивные:  -учебная мотивация  *Коммуникативные*  - умение задавать вопросы  - способность обсуждать  *Предметные*:  - работа с алгебраическими выражениями  - графическое представление решений неравенств с двумя переменными |
| ***Изучение нового материала (8 мин.)*** | | |
| Сообщает тему урока и рассматривает алгоритм решения неравенств и систем неравенств с параметром методом областей.  Итак, при решении неравенств «методом областей» необходимо:  - разложить данное неравенство на множители;  -неравенство с параметром рассматриваем как функцию *f(x,a)=0 или g(a,x)=0*  - строим графический образ на координатной плоскости, разбивающий её на «частичные области»;  - определяем знак неравенства в каждой из получившихся областей;  - «считываем» нужную информацию  Разбирает пример неравенства с параметром пользуясь алгоритмом  Найти все значения *а*, при которых неравенство  выполняется для всех *х* из промежутка 2 ≤ *х* ≤ 3  Найдем решение неравенства.    На координатной плоскости числитель обращается в нуль на прямой *х* = 3*а* + 1, а знаменатель - на прямой *х* = 2– 2*а*. Эти прямые разбивают на четыре частичные области I–IV.  Устанавливаем знак *F (a, x)* в каждой области, как при решении неравенств с двумя переменными, которое мы ранее вспомнили и рассмотрели.  Получим, что неравенство выполняется в I и III областях, причем граница *х* = 3*а* + 1 является его решением, а граница *х* = 2– 2*а* не принадлежит множеству решений рассматриваемого неравенства.  Проведем прямые *x=2* и *x=3*. Следовательно, неравенство (1) выполняется сразу для всех *х* из промежутка 2 ≤ *х* ≤ 3 при  а < – и а ≥ .  Ответ. а < –, а ≥ . | Записывают тему урока  Слушают учителя, записывают алгоритм в тетради  Слушают учителя, задают вопросы | *Личностные*  - развитие аналитического мышления  - уверенность в своих способностях  *Регулятивные*  - развитие критического мышления  *Познавательные*  - способность к анализу информации  - умения проводить исследования  - умение решать проблемы  *Коммуникативные*  - способность обсуждать математические концепции  *Предметные*  - умение анализировать и сравнивать решения  -развитие логического мышления |
| ***Первичное осмысление и закрепление (8 мин.)*** | | |
| Создаю проблемную ситуацию, предлагая решить задание по новой теме:  Мы переходим к следующему этапу: применяем метод областей к решению системы неравенств.  Предлагаю вашему вниманию задачу  Найти наименьшее значение параметра *а*, при котором система имеет хотя бы одно решение:  Для начала разделимся на пары и займем места за компьютером. Ваша задача рассмотреть неравенство как функцию *g(a,x)=0* и построить графический образ в системе координат в программе Desmos. Обсудить и определить знак в каждой области, выделить подходящие решению системы неравенств области в программе Desmos.  Оказывает помощь построении, отвечает на вопросы  *(Построенный графический образ)*    *(Поставленные знаки в областях, выделенные подходящие области)*    Проанализируйте полученный результат, определите при каких параметрах *а*, система имеет хотя бы одно решение, изобразите ответ на координатной плоскости.  *(Проведены прямые а=-1 и а=3, при этих значениях параметра а система имеет хотя бы одно решение)*    Определите наименьшее значение параметра *а,* при котором система имеет хотя бы одно решение.  *(а=-1)* | Слушают учителя, записывают задание  Делятся на пары, занимают места за компьютером, слушают учителя, во время выполнения задания задают вопросы.  Рассматривают неравенство как функцию *g(a,x)=0.*  Строят графический образ  Обсуждают и определят знак в каждой области, выделяют подходящие области на графике в программе.  Обсуждают построенный образ, обращают внимание на то, что система имеет хотя бы одно решение при параметрах а=-1 и а=3. Строят прямые а=-1 и а=3.  Анализируют полученный результат и записывают ответ. | *Регулятивные*  - состоятельность и инициатива  - критическое мышление  - оценка промежуточных результатов и саморегуляция для повышения мотивации учебной деятельности.  *Познавательные*  - способность к анализу информации  - умения проводить исследования  - умение решать проблемы  *Коммуникативные*  - способность обсуждать математические концепции  - умение аргументировать и обосновывать свои решения  *Предметные*  - понимание и применение параметра  - работа с алгебраическими выражениями  - решение уравнений и неравенств с параметром  - графическое представление  - применение математических моделей  - умение анализировать и сравнивать решения  *Личностные*  -самостоятельность и ответственность  - уверенность в своих способностях |
| ***Обсуждение результатов (3 мин.)*** | | |
| Как вы думаете какими преимуществами обладает метод областей?  (*Метод областей более простой, по сравнению с аналитическим способом, где решение заданий с параметром является длинным и трудоемким.*  *Метод областей значительно упрощает «выкладки» и дает возможность наглядно увидеть его решение.*  Какие общие признаки задач, подходящие по рассматриваемый метод, вы можете выделить?  (*В задаче дан один параметр а и одна переменная х*  *Неравенство с параметром можно рассмотреть как функции f(x,a)=0 или g(a,x)=0. Их графики строить несложно.*  Какой метод решений неравенств напоминает «метод областей» в чем их сходство, в чем различие?  (*Метод интервалов. Метод областей в своем роде является методом интервалов, только решение расстраивается на плоскости, а не на числовой оси)* | Анализируют, сравнивают методы, делают выводы  Анализируют задания, рассматриваемые на уроке, делают вывод  Отвечают на вопрос, сравнивают методы | *Предметные*  - умение структурировать знания  - рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности  *Коммуникативные:*  Учебное сотрудничество с учителем  *Регулятивные:*  Контроль, коррекция, оценка |
| **Рефлексия (2 мин.)** | | |
| Предлагаю по желанию продолжить предложение, на карточках  Теперь я знаю…  На уроке я научился (научилась) …  Теперь я умею …  На уроке мне понравилось …  На уроке мне пригодились знания….  Для меня было сложно…  С урока я ухожу с … настроением! | Заполняют листы рефлексии | *Личностные*  -самооценка своих действий на уроке.  *Регулятивные*  -оценка промежуточных результатов. |
| **Домашнее задание (2 мин.)** | | |
| Учащимся предлагается решить систему неравенств с параметром, пользуясь программой Desmos:    *Решение*   1. - = 0   D= - 4ас = - 4() = 9 - 6а + 1 – 8 +4а = - 2а + 1 = . Х1,2 = .  Х1 = = = 2а – 1. х2 = = = а.   1. ( х – 2а + 1) (х – а) 0.   Используем метод областей.  Вводим прямоугольную систему координат *аОх* и строим графики:  х – 2а + 1 = 0, х = 2а – 1.  х – а = 0, х = а.   1. Определяем знак 1 области. Возьмем точку (2;0)   (0 – 4 + 1) ( 0 – 2) 0, тогда во 2 обл. знак минус, в 3-ей – плюс, в 4-ой – минус.   1. Построим график уравнения ах = 1. 2. По графику «считываем» и записывает ответ   Ответ:  а . | Записывают домашнее задание и задают уточняющие вопросы | *Коммуникативные*  -учет разных мнений.  - выражение и аргументация своего выбора.  *Личностные*  - оценка своих сил.  - уверенность в своих способностях |

# Результативность методической разработки

Внедрение «метода областей» показало устойчивый рост учебных достижений и метапредметных умений учащихся.

**Количественные показатели (по итогам тематического блока):**

• увеличение доли верных решений задач с параметром (в том числе ЕГЭ-формата) на диагностике «после» относительно «до»;

• сокращение среднего времени решения одной задачи с параметром;

• снижение числа типичных ошибок (неверный выбор области, некорректное считывание условий, алгебраические огрехи при переходе к граничным линиям).

**Качественные результаты:**

• формирование устойчивого алгоритма решения: построение граничных линий → разбиение плоскости → знаки/области → чтение ответа;

• развитие визуально-графического мышления, аргументации и умения проверять гипотезу через модель;

• рост учебной мотивации за счёт наглядности и быстрой обратной связи (ИКТ/Desmos).

**Инструменты оценки:**

• входная и выходная диагностические работы (2–3 задачи базового/повышенного уровня);

• чек-листы алгоритма для самопроверки и взаимопроверки;

• аналитика из цифровых сред (скриншоты/экспорты графиков, логи попыток);

• листы рефлексии (самооценка понимания шагов алгоритма и трудностей);

• карта ошибок с последующей адресной коррекцией.

**Критерии достижения результата:**

• ученик воспроизводит алгоритм «метода областей» без подсказок;

• обосновывает выбор решения графически и алгебраически;

• корректно интерпретирует ответ, в т.ч. при нестрогих/строгих знаках и на границах.

**Тиражируемость и устойчивость:**

• разработка включена в технологическую карту и легко адаптируется под разные классы/уровни (вариативность примеров, шаблоны чек-листов);

• может использоваться в смешанном формате (офлайн/онлайн) и для подготовки к контрольным/ЕГЭ.

**Риски и условия успеха:**

• необходима первичная настройка цифровых инструментов и краткий инструктаж по чтению областей;

• преодолеваются за счёт поэтапных карточек-подсказок и парной работы на первых занятиях.

Приложение №1

Листы рефлексии

|  |
| --- |
| ФИО\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| Теперь я знаю\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке я научился (научилась)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Теперь я умею\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке мне понравилось\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке мне пригодились знания\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Для меня было сложно\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  С урока я ухожу с \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_настроением! |
| ФИО\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| Теперь я знаю\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке я научился (научилась)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Теперь я умею\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке мне понравилось\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке мне пригодились знания\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Для меня было сложно\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  С урока я ухожу с \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_настроением! |
| ФИО\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| Теперь я знаю\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке я научился (научилась)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Теперь я умею\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке мне понравилось\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  На уроке мне пригодились знания\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Для меня было сложно\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  С урока я ухожу с \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_настроением! |

Приложение №2

 

 

 





 

 

 

